

**Е. Б. Баторова,
В. Р. Абдуллин**

ПОРОГОВЫЕ ЭФФЕКТЫ В ИССЛЕДОВАНИИ ВЗАИМОСВЯЗИ МЕЖДУ ИНФЛЯЦИЕЙ И ЭКОНОМИЧЕСКИМ РОСТОМ

Рассматривается вопрос о наличии порогового уровня при значениях темпов инфляции ниже которого инфляция позитивно влияет на экономический рост или не влияет совсем, а при значениях выше – существенно негативно. Пороговый уровень инфляции оценивается отдельно для развитых и развивающихся стран. Для оценки порогового уровня используется модель панельных данных с фиксированными эффектами. Проводится анализ статистической значимости наличия порогового эффекта и построение доверительной области для порогового уровня. Полученная оценка порогового уровня инфляции для развитых стран существенно ниже, чем для развивающихся стран, а доверительная область относительно широка для развивающихся стран, и относительно узка для развитых.

Ключевые слова: инфляция, экономический рост, пороговые эффекты, панельные данные, модель с фиксированными эффектами, развивающиеся и развитые страны.

**E. B. Batorova,
V. R. Abdullin**

THRESHOLD EFFECTS IN THE STUDY OF RELATIONSHIP BETWEEN INFLATION AND ECONOMIC GROWTH

The issue of the existence of threshold effects in the relationship between inflation and growth is considered. The threshold level of inflation is estimated separately for developed and developing countries. A panel data model with fixed effects is used to estimate the threshold level. An analysis of the statistical significance of the existence of a threshold effect and the construction of a confidence region for the threshold level are made. The resulting estimate of the threshold level for developed countries is much lower than for developing countries, and the confidence region is relatively broad for developing countries, and relatively narrow for developed countries.

Keywords: inflation, economic growth, threshold effects, panel data, a model with fixed effects, developing and developed countries.

Введение

Высокий и устойчивый экономический рост в сочетании с низкой инфляцией является центральной задачей макроэкономической политики. Неудивительно, что вопрос о существовании и характере связи между инфляцией и ростом стал предметом значительного интереса и обсуждения. Хотя дискуссия о точной взаимосвязи между этими двумя показателями все еще остается открытой, интенсивные исследования по этой проблеме выявили некоторые важные

результаты, и был достигнут относительно широкий консенсус относительно некоторых аспектов этих отношений. В настоящее время принято считать, что инфляция негативно сказывается на среднесрочном и долгосрочном росте. Инфляция препятствует эффективному распределению ресурсов за счет скрытия сигнальной роли относительных изменений цен, что является самым важным в принятии экономических решений.

Если высокий уровень инфляции препятствует экономическому росту, то очевидно, что экономические власти должны стремиться к низкому уровню инфляции. Но насколько низкой должна быть целевая инфляция? Должна ли она составить 10 %, 5 % или, вообще, 0 %? В более общем плане, при каком уровне инфляции связь между инфляцией и ростом становится негативной?

Основное внимание современных исследований по этой проблематике уделяется вопросу о том, является ли связь между инфляцией и долгосрочным ростом нелинейной [4]. Другими словами, при некоторых низких своих уровнях инфляция может оказывать позитивное влияние на рост или не оказывать его совсем, а при высоких – негативное влияние. Если такое нелинейное соотношение существует, то возможно оценить пороговое значение инфляции, при котором будет переключаться знак отношения между этими двумя переменными.

В этой работе рассматривается характер взаимосвязи между инфляцией и ростом. В частности, особое внимание уделяется следующим вопросам:

– существует ли статистически значимый пороговый уровень инфляции, при значениях темпов инфляции выше которого инфляция влияет на рост по-другому, чем при более низких темпах инфляции?

– является ли пороговый эффект одинаковым для развивающихся и развитых стран?

Описание данных

Источником данных является база данных World Economic Outlook (WEO). Данные охватывают период с 2000 года по 2016 год и содержат показатели девяти развитых стран (Канада, Франция, Германия, Италия, Япония, Нидерланды, Великобритания, США и Испания) и девяти развивающихся стран (Аргентина, Бразилия, Китай, Малайзия, Индонезия, Мексика, Россия, Южная Африка и Турция). Данные включают в себя следующие показатели: темпы роста ВВП в местной валюте в постоянных ценах, инфляция, рассчитанная как темп роста ИПЦ, начальный уровень дохода, измеряемый как пятилетний средний показатель ВВП на душу населения, инвестиции в виде доли ВВП, рост населения, темп роста соотношения импортных и экспортных цен и пятилетнее стандартное отклонение соотношения импортных и экспортных цен.

Распределение инфляции по всей выборке стран и периодов времени сильно скошено. Регрессия роста реального ВВП по уровню инфляции придаст большой вес экстремальным показателям инфляции, хотя основная часть наблюдений соответствует низким и средним уровням инфляции. Логарифмическое преобразование устраняет, по крайней мере частично, сильную асимметрию распределения инфляции. Кроме того, в классе нелинейных моделей наилучшая подгонка достигается при использовании логарифмического преобразования [2].

Наконец, логарифмическое преобразование может быть оправдано тем фактом, что линейная модель подразумевает, что аддитивные инфляционные потрясения будут оказывать одинаковое влияние на рост в странах с низким и высоким уровнем инфляции, а логарифмическая модель предполагает, что мультипликативные инфляционные шоки будут иметь одинаковые последствия для стран с низкой и высокой инфляцией.

Спецификация и оценка модели

Для проверки наличия порогового эффекта, была оценена следующая модель:

$$d\ln(y_{it}) = \mu_i + \mu_t + \gamma_1 \ln(\pi_{it}) + \gamma_2 d_{it}^{\pi} (\ln(\pi_{it}) - \ln(\pi)) + \theta^T X_{it} + e_{it},$$

$$d_{it}^{\pi} = \begin{cases} 1, & \pi_{it} > \pi, \\ 0, & \pi_{it} \leq \pi, \end{cases} \quad i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T, \pi = \underline{\pi}, \dots, \bar{\pi}. \quad (1)$$

Здесь $d\ln(y_{it})$ – темп роста реального ВВП, μ_i – фиксированный эффект, μ_t – временной эффект, π_{it} – уровень инфляции рассчитанный на основе ИПЦ, π – пороговый уровень инфляции лежащий в диапазоне $\underline{\pi}, \dots, \bar{\pi}$, d_{it}^{π} – фиктивная переменная, принимающая значение равное единице при уровнях инфляции превышающих пороговый уровень π и равное нулю в противном случае, X_{it} – вектор управляющих переменных, который включает в себя: инвестиции в виде доли ВВП ($igdp$), темп роста населения ($d\ln(pop)$), натуральный логарифм начального уровня дохода на душу населения ($\ln(y_{i0})$), темп роста соотношения импортных и экспортных цен ($d\ln(tot)$) и пятилетнее стандартное отклонение соотношения импортных и экспортных цен σ_{tot} . Вычитание $\ln(\pi)$ из $\ln(\pi_{it})$ делает соотношение между ростом и инфляцией, описываемое уравнением (1), непрерывным на пороговом уровне π . Непрерывность соотношения, заданного уравнением (1), желательна, в противном случае небольшие изменения в уровне инфляции вокруг порогового уровня будут давать разные воздействия на рост в зависимости от того, увеличивается или уменьшается инфляция.

Заметим, что X_{it} содержит только наиболее значимые переменные из широкого спектра, отраженного в работах по эмпирическим исследованиям экономического роста, поскольку очень немногие из этих переменных проходят тесты на робастность [3]. Кроме того, модель явно учитывает влияние отдельных стран через μ_i и влияние времени через μ_t . Влияние инфляции на рост ВВП дается γ_1 для стран, в которых инфляция меньше или равна π , и $\gamma_1 + \gamma_2$ для стран с инфляцией выше, чем π .

Модель (1) была оценена на панели из 18 стран и 16 ежегодных наблюдений. Таким образом, размер панели составил $18 \times 16 = 288$ наблюдений.

Укладка наблюдений в векторах дает следующую компактную запись модели (1):

$$d(\ln Y) = X\beta_{\pi} + \varepsilon, \pi = \underline{\pi}, \dots, \bar{\pi}, \quad (2)$$

где $\beta_{\pi} = (\mu_i \mu_t \gamma_1 \gamma_2 \theta^T)^T$ – вектор параметров, а X – соответствующая матрица наблюдений объясняющих переменных. Заметим, что вектор коэффициентов β_{π} индексируется, чтобы показать зависимость от порогового уровня инфляции. Обозначим через $S(\pi)$ остаточную сумму квадратов модели (1) с пороговым

уровнем инфляции π . Оптимальным пороговым уровнем π^* будем считать уровень минимизирующий $S(\pi)$, т. е.:

$$\pi^* = \underset{\pi=\underline{\pi}, \dots, \bar{\pi}}{\operatorname{argmin}} S(\pi), \quad (3)$$

Важно определить, является ли пороговый эффект статистически значимым. В модели (1), для того чтобы проверить отсутствие пороговых эффектов, достаточно проверить нулевую гипотезу $H_0: \gamma_2 = 0$. При принятии нулевой гипотезы пороговый уровень π^* не идентифицируется, поэтому классические тесты, такие как t -тест, имеют нестандартные распределения. Поэтому, предлагается использовать метод бутстрапа для моделирования асимптотического распределения следующего теста отношения правдоподобия для гипотезы H_0 :

$$LR_0 = \frac{S_0 - S_1}{\hat{\sigma}^2}, \quad (4)$$

где S_0, S_1 – остаточные суммы квадратов при принятии гипотез $H_0: \gamma_2 = 0$ и $H_1: \gamma_2 \neq 0$ соответственно, а $\hat{\sigma}^2$ – остаточная дисперсия при принятии гипотезы H_1 . Другими словами, S_0 и S_1 – остаточные суммы квадратов в модели (1) без и с пороговыми эффектами соответственно. Асимптотическое распределение LR_0 нестандартно и строго доминирует распределение χ^2 . Распределение LR_0 в общем случае зависит от выборочных моментов, поэтому критические значения не могут быть табулированы. В [1] показано как моделируется асимптотическое распределение LR_0 в контексте панельных данных.

Интересный вопрос заключается в том, насколько пороговый уровень инфляции, например, 10 %, существенно отличается от порогового уровня 8 % или 15 %. Другими словами, можно ли обобщить понятие доверительных интервалов на пороговые оценки? Наилучшим способом формирования доверительной области в этом случае является формирование «области без отклонения» с использованием статистики отношения правдоподобия для тестов на π . Для проверки гипотезы $H_0: \pi^* = \pi_1$ требуется вычислить следующее отношение правдоподобия:

$$LR_1 = \frac{S(\pi^*) - S(\pi_1)}{\hat{\sigma}^2}, \quad (5)$$

где $S(\pi^*)$ и $S(\pi_1)$ – остаточные суммы квадратов модели (1) с пороговыми уровнями π^* и π_1 соответственно, $\hat{\sigma}^2$ – остаточная дисперсия модели (1) с порогом π_1 . Следует обратить внимание, что LR_0 проверяет существование порогового эффекта, тогда как LR_1 используется для проверки равенства двух потенциальных пороговых значений. LR_1 сходится при $N \rightarrow +\infty$ к ξ , где ξ – случайная величина со следующей простой функцией распределения

$$P(\xi \leq x) = \left(1 - \exp\left(-\frac{x}{2}\right)\right)^2,$$

которая может быть обращена, чтобы получить критическое значение

$$c(\alpha) = -2\ln(1 - \sqrt{1 - \alpha}).$$

Гипотеза $H_0: \pi^* = \pi_1$ отклоняется на уровне значимости α , если $LR_1(\pi_1)$ превышает $c(\alpha)$.

В рамках гипотезы H_1 стандартные тесты по всем параметрам, отличным от параметра порогового уровня инфляции, могут быть выполнены как обычно.

Результаты оценки модели

Первым шагом является проверка наличия порогового эффекта во взаимосвязи между реальным ростом ВВП и инфляцией с использованием отношения правдоподобия LR_0 , рассмотренного выше. Это подразумевает оценку параметров модели (1) и вычисление остаточной суммы квадратов (RSS) для пороговых уровней инфляции в диапазоне от $\underline{\pi}$ до $\bar{\pi}$. Оптимальным пороговым уровнем является тот, который минимизирует последовательность RSS. Тест на наличие пороговых эффектов был проведен с использованием полной выборки и двух подвыборок (развитые и развивающиеся страны). Результаты приведены в таблице.

Проверка наличия порогового эффекта

Выборка	Диапазон поиска	Оптимальный пороговый уровень (%)	LR_0	Критическое значение (1 %)
Все страны	1, ..., 100	10	10,87	8,67
Развитые страны	1, ..., 30	3	7,35	6,18
Развивающиеся страны	1, ..., 100	11	8,10	5,21

Второй столбец таблицы дает диапазон, в котором ведется поиск оптимального порогового эффекта. Для полной выборки $\underline{\pi} = 1\%$ и $\bar{\pi} = 100\%$, а прирост составляет 1%, что дает 100 регрессий уравнения (1). Минимизация вектора, содержащего 100 RSS происходит при уровне инфляции 10%. Повторение той же процедуры для подвыборок дает пороговую оценку 11% для развивающихся стран и 3% для развитых стран. Столбец LR_0 в таблице 1 дает наблюдаемое значение отношения правдоподобия. Критические значения были вычислены с использованием метода бутстрапа для моделирования асимптотических распределений (соответствующих трем выборкам) LR_0 . Нулевая гипотеза о пороговых эффектах может быть отклонена по крайней мере на уровне значимости 1% для всех трех выборок. Таким образом, данные подтверждают существование пороговых эффектов.

Установив существование порогового эффекта для всех трех выборок, рассмотрим вопрос: насколько точны эти оценки? Это требует вычисления доверительной области вокруг оценки порогового уровня инфляции. Хотя относительно наличия пороговых эффектов в отношениях между инфляцией и ростом достигнут консенсус, точный уровень пороговой инфляции все еще остается предметом обсуждения. Действительно, на основе существующих исследований [2, 4] диапазон может составлять от 2,5 до 40 процентов. Если доверительная

область показывает, что пороговая оценка существенно не отличается от большого количества других потенциальных пороговых уровней, то это будет означать существенную неопределенность в отношении порогового уровня. Область без отклонения может быть построена с использованием отношения правдоподобия $LR_1(\pi)$, определенного равенством (5). Пусть кривая L представляет собой график $(\pi, LR_1(\pi))$, $\pi = 1, \dots, 100$ за исключением развитых стран, для которых взят диапазон $\pi = 1, \dots, 30$. По определению $LR_1(\pi)$ достигает нуля (минимум), когда π равно пороговой оценке. Пусть, далее, горизонтальная прямая H показывает 10 % асимптотическое критическое значение для $LR_1(\pi)$, рассчитанное с использованием приведенной выше формулы для $c(\alpha)$. Область без отклонения с доверительной вероятностью $1 - \alpha$ представляет собой набор значений π таких, что $LR_1(\pi) \leq c(\alpha)$. Следовательно, доверительная область представляет собой просто набор значений π , для которых кривая L лежит ниже горизонтальной прямой H . В отличие от обычных доверительных интервалов доверительные области для пороговых уровней могут быть некомпактными. Например, кривая L может многократно пересекать горизонтальную прямую, выделяя несколько подмножеств потенциальных порогов. Значения π , для которых L лежит выше горизонтальной прямой, существенно отличаются от пороговой оценки. Интересно, что область без отклонения является относительно широкой для развивающихся стран, что означает, что пороговая оценка для развивающихся стран менее точна и может объяснить, почему в разных исследованиях получены разные оценки. 90 % область без отклонения включает в себя темпы инфляции из отрезка $[1, 20]$ для развивающихся стран и полной выборки, а для развитых стран – из отрезка $[1, 5]$. Из этих результатов видно, что пороговая оценка для развитых стран более низкая, чем для развивающихся стран, и что область без отклонения для первых более узкая, чем для последних.

Таким образом, можно сделать два основных вывода. Во-первых, пороговое значение инфляции составляет около 3 % для развитых экономик и 11 % процент для развивающихся. Во-вторых, доверительная область относительно широка для развивающихся стран, указывая на неопределенность относительно точного местоположения порога для этих стран. Напротив, доверительная область для развитых стран намного более узка, и, таким образом, пороговая оценка намного точнее, чем для развивающихся стран. Почему пороговый уровень для развивающихся стран выше порогового уровня для индустриальных стран? Есть как минимум два возможных объяснения. Во-первых, долгая история инфляции во многих развивающихся странах привела их к принятию широко распространенных систем индексации, чтобы компенсировать, по крайней мере частично, неблагоприятные последствия инфляции. Механизмы индексации позволяют правительствам в этих странах повышать темпы инфляции, не испытывая неблагоприятных эффектов роста. Во-вторых, в той мере, в какой инфляция рассматривается как налог на финансовое посредничество, правительства, столкнувшись с установленным уровнем расходов, при отсутствии обычных налогов взимают инфляционный налог. Соответственно, дифференцированные пороговые уровни воздействия инфляции на рост для промышленных и развивающихся стран могут отражать более

высокий уровень обычного налогообложения в первом, чем в последних. Таким образом, хотя относительно небольшое увеличение инфляции в промышленно развитых странах отрицательно сказывается на инвестициях, производительности и росте, в развивающихся странах с относительно низким уровнем обычных налогов более высокий уровень инфляционного налога необходим для того, чтобы иметь те же самые замедляющие рост эффекты.

Список использованной литературы

1. Hansen B. Threshold Effects in Non-Dynamic Panels: Estimation, Testing, and Inference / B. Hansen // *Journal of Econometrics*. – 1999. – Vol. 93. – № 2. – P. 345–368.
2. Khan M. Threshold effects in the relationship between inflation and growth / M. Khan, A. Senhadji // *IMF Staff Papers*. – 2001. – № 48. – P. 1–21.
3. Sala-i-Martin X. I Just Ran Two Million Regressions / X. Sala-i-Martin // *American Economic Review*. – 1997. – Vol. 87. – № 2. – P. 178–183.
4. Vinayagathan T. Inflation and Economic Growth: A Dynamic Panel Threshold Analysis for Asian Economies / T. Vinayagathan // *National Graduate Institute for Policy Studies*. – 2013. – № 12. – P. 1–23.

Информация об авторах

Баторова Елена Баировна – магистрант, кафедра математики и эконометрики, Байкальский государственный университет, г. Иркутск, e-mail: helenbat@bk.ru.

Абдуллин Владимир Рафаэлевич – кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра математики и эконометрики, Байкальский государственный университет, г. Иркутск, e-mail: darlithydd@live.com.

Authors

Batorova Elena Bairovna – master student, Chair of Mathematics and Econometrics, Baikal State University, Irkutsk, e-mail: helenbat@bk.ru.

Abdullin Vladimir Raphaelevich – Ph.D., Associate Professor, Chair of Mathematics and Econometrics, Baikal State University, Irkutsk, e-mail: darlithydd@live.com.